Commentaires DM n°5 : Logique

Généralités

- un exercice "pratique" et un exercice "théorique"
- justifier toujours un minimum (ne pas se contenter de donner le résultat, on veut les détails)
- faites toujours une phrase réponse (ne pas se contenter de dire "satisfiabilité", mais dire "il s'agit d'un problème de satisfiabilité de formule booléenne")
- répondez à la question posée (si vous répondez à plusieurs questions en même temps, on ne sait pas si vous avez vraiment compris le sens des questions)

Exercice 1 - Football

Q1. Eviter la lettre F, elle est utilisée à la question 4. C'est un genre d'exercice classique : faire simple ("aujourd'hui" n'est pas une variable booléenne, perdre = non gagner, même s'il est envisageable qu'il y ait match nul ...)

Q2. Utiliser les connecteurs du cours : $\rightarrow$, $\vee$, $\wedge$ ... On demande juste une traduction de l'énoncé, pas de commencer à les transformer. **"soit x, soit y ou bien les deux"** décrit le **ou inclusif** : on traduit simplement par $x \vee y$.

Q3. On demande un mise sous forme normale, pas forcément canonique. Utiliser des équivalences est beaucoup plus rapide que de passer par les tables de vérité.

Q4. F est la conjonction des formules précédentes. On cherche à savoir quels sont les modèles de F (ce n'est pas tout à fait le problème de satisfiabilité qui cherche à savoir s'il existe au moins un modèle)

Q5. Attention à appliquer strictement l'algorithme proposé : on commence par substituer par $\perp$, et en cas d'échec, on substitue par $\top$. Ici l'arbre des appels est un arbre peigne. L'algorithme s'arrête au premier modèle trouvé.

Q6. On modifie légèrement l'algorithme pour rechercher **tous** les modèles. Il n'y en a qu'un. On conclut : "le joueur n'a pas marqué, n'a pas fait la fête ..."

Exercice 2 - Satisfiabilité des formules de Horn

Les définitions (du cours ou donnée dans l'exercice) sont très précises. Attention aux confusions :

- $\top \neq V$; $\perp \neq F$
- valuation $\neq$ formule
- littéral $\neq$ variable booléenne
- clause $\neq$ formule en forme normale conjonctive
- formule en forme normale conjonctive $\neq$ formule de Horn
- propagation unitaire $\neq$ égalité ou équivalence
- $P \neq P' \neq \Pi(P)$
- ...

Ces confusions rendent les rédactions peu précises (et parfois fausses), ou sont la cause de contre-sens fâcheux ...

Plusieurs questions sont des questions de raisonnement : il s'agit de montrer une implication, une équivalence ... La rédaction attendue est précise.

Les questions s'enchaînent : petit à petit on comprend ou l'énoncé nous amène (on peut facilement savoir si une formule de Horn est satisfiable ou non).

Q1. OK. Pour montrer qu'une formule est satisfiable, donner un modèle suffit (inutile de faire une table de vérité).

Q2. OK. Pour voir si la définition "formule de Horn" (FH) a été comprise.

Q3. Pour voir si le principe de la "propagation unitaire" a été comprise. Les exemples proposés doivent être totalement compris. Attention, l'algorithme se contente de supprimer des clauses ou des littéraux : pas de distributivité, pas de lois de De Morgan.

Q4. La propagation unitaire transforme une FH en FH ... on doit justifier en revenant à la définition d'une FH : est-ce qu'on obtient bien un forme normale conjonctive ? avec au plus un littéral par clause ?

Q5. On itère la propagation unitaire (et le nombre d'itérations est fini car ...)

Q6. On demande de démontrer une équivalence. On démontre 2 implications.

Q7. On itère les équivalences précédentes.

Q8. On démontre l'implication avec Q7

Q9. Si toutes les clauses contiennent au moins un littéral négatif, il suffit de mettre toutes les variables à Faux pour satisfaire la formule !

Q10. Encore une équivalence à démontrer.

Q11. On en déduit l'algorithme qui permet de savoir si une FH est satisfiable.

Q12. Complexité, qui dépend de m et de n. $\mathcal{O}(mn)$ est la complexité pour 1 propagation unitaire. Combien y a-t-il de propagation unitaire dans le pire des cas ?